

Si au cours de l'épreuve un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

LA CALCULATRICE EST INTERDITE

Consignes à suivre à chaque DS :

- Numérotter les pages. Numérotter les questions (inutile d'écrire les titres).
- Soigner la rédaction et la présentation : aérer la copie, encadrer ou souligner les résultats, bien faire apparaître la numérotation des questions.
- Lire rapidement l'ensemble du sujet en début d'épreuve : les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre de votre choix.
- Pour un exercice donné, traiter et rendre les questions dans l'ordre.
- Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne sera pas prise en compte.

Le sujet comporte 4 exercices indépendants. Les exercices 1 et 2 sont issus du même extrait de concours. Les exercices 3 et 4 sont issus du même extrait de concours.

Exercice 1 : L'exploration martienne - l'atterrissage

Exercice 2 : L'exploration martienne - la communication

Exercice 3 : Observation du Fort Boyard

Exercice 4 : Mesure du temps : la clepsydre

L'exploration martienne - l'atterrissage

Au cours du siècle dernier, de très nombreux auteurs de science-fiction ont écrit autour de l'exploration de la planète Mars et de ce que nous pourrions y découvrir.

C'est certainement un jour au cours de ce siècle, que l'homme foulera le sol martien comme Neil Armstrong l'a fait pour la Lune le 21 juillet 1969.

Dans l'attente de ce grand jour, ce sont des robots qui nous précèdent.

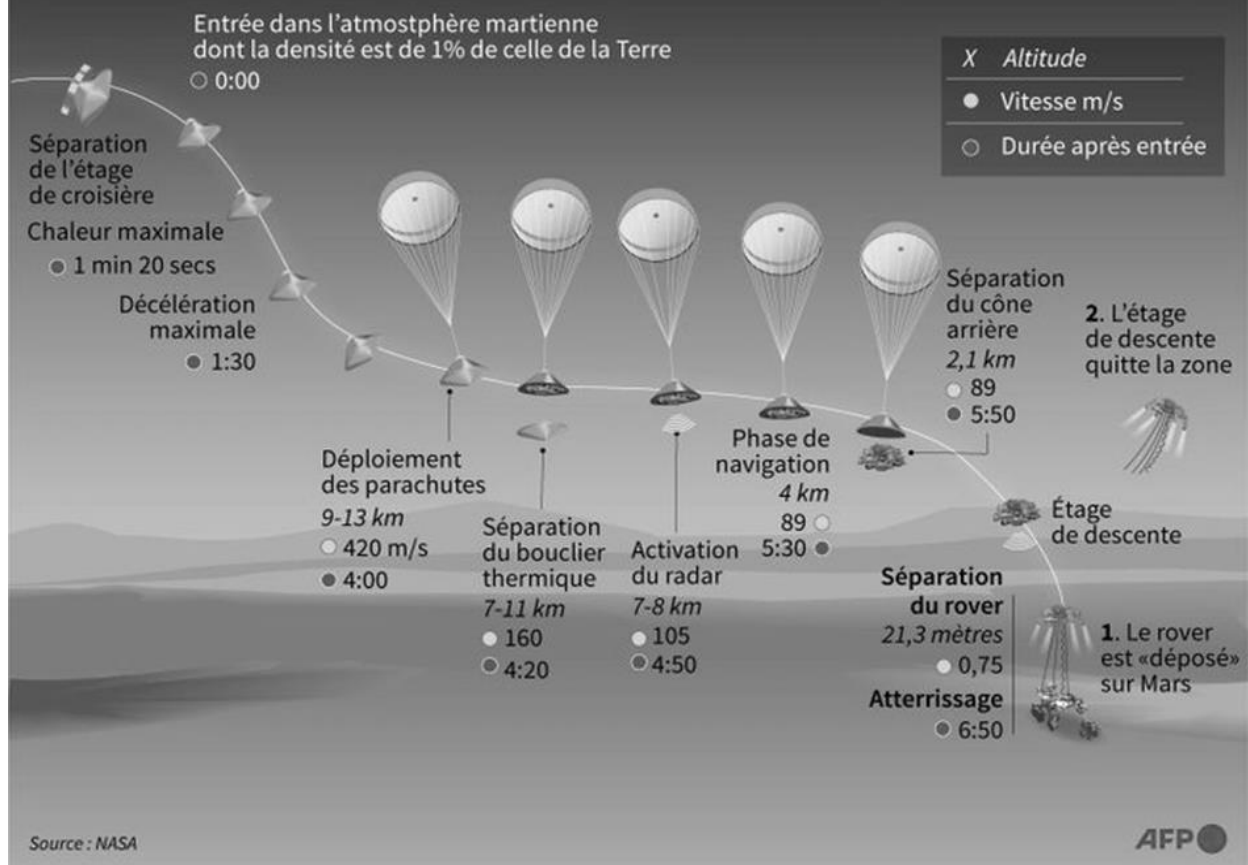
Partie I - Perseverance

Lancé depuis la Terre le 30 juillet 2020 grâce à un lanceur Atlas V, le rover Perseverance a atterri sur la planète Mars le 18 février 2021. Le site d'atterrissage, le cratère Jezero, est une zone présentant une grande diversité géologique et ayant abrité un lac il y a environ 3,6 milliards d'années. Un des enjeux de cette mission est le prélèvement d'échantillons destinés à être analysés sur Terre afin de déceler d'éventuelles traces d'une vie passée.

Document 1 - Atterrissage de Perseverance

Les «sept minutes de terreur» de Perseverance sur Mars

L'atterrissage du rover de la Nasa, prévu le 18 février, est la phase la plus périlleuse de son voyage



Source : www.cnes.fr

Aide au calcul

$$420^2 \approx 1,8 \cdot 10^5$$

$$160^2 \approx 2,6 \cdot 10^4$$

$$420^2 - 160^2 \approx 1,5 \cdot 10^5$$

$$3 \times 3,7 \times 3,1 \approx 34$$

I.1 - L'atterrissage

La sonde spatiale Mars 2020, de masse m , pénètre dans l'atmosphère martienne à la vitesse de $12\,000 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ (vitesse mesurée par rapport au sol), elle larguera le rover 7 minutes plus tard.

Après une première phase de freinage grâce au bouclier thermique, le parachute est déployé à l'altitude d'environ $10,6 \text{ km}$ et à la vitesse, notée v_A , de $420 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Q1. Le point A étant l'endroit où le parachute est déployé, donner l'expression littérale de l'énergie cinétique $E_c(A)$ de l'ensemble en se limitant à un simple mouvement de translation.

Au bout de 20 secondes, la vitesse n'est plus que de $160 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ et l'altitude de $7,5 \text{ km}$, Mars 2020 largue alors son bouclier thermique.

Q2. En appelant B le point de largage et en considérant toujours la même masse, exprimer la variation d'énergie cinétique entre les points A et B.

Q3. Connaissant la masse de la sonde spatiale de $3\,000 \text{ kg}$, effectuer le calcul de cette variation d'énergie cinétique.

Q4. Énoncer le théorème de l'énergie cinétique.

Q5. En supposant l'accélération de la pesanteur martienne uniforme et de valeur $g = 3,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, calculer la valeur du travail du poids entre les points A et B, noté $W_{AB}(\vec{P})$.

Q6. Ce travail est-il qualifié de moteur ou de résistant ? Justifier.

Q7. Montrer, à partir des questions **Q4** et **Q5**, que le travail des forces de frottement noté $W_{AB}(\vec{f})$ sur le parachute, dont la résultante sera notée \vec{f} , est d'environ $-2,5 \cdot 10^8 \text{ J}$.

Q8. Dans la suite du sujet, nous nous limiterons à une étude du mouvement en translation verticale. En supposant cette force de frottement \vec{f} constante, déduire un ordre de grandeur de sa valeur minimale à partir de la question précédente.

En réalité, la résultante des forces de frottement n'est pas constante et dépend de la vitesse du système. Nous considérerons une force de type frottement fluide $\vec{f} = -h\vec{v}$, où h est le coefficient de frottement fluide et \vec{v} est le vecteur vitesse.

Q9. Soit l'axe (Oz), vertical et orienté vers le bas, dont l'origine O se situe au point d'ouverture du parachute. Faites un schéma sur lequel figurent la sonde spatiale matérialisée par son centre de gravité G à une altitude quelconque après ouverture du parachute, l'axe (Oz) et les deux forces s'exerçant sur la sonde.

Q10. La descente de la sonde peut-elle être qualifiée de chute libre ? Justifier.

Q11. À partir de la seconde loi de Newton, établir l'équation différentielle vérifiée par la projection de la vitesse \vec{v} de la sonde sur l'axe vertical et la mettre sous la forme : $\frac{dv}{dt} + Av = B$, où A et B représentent deux constantes dont on précisera les expressions.

Q12. Sans résoudre l'équation, déduire de la question précédente l'expression de la vitesse limite théorique pouvant être atteinte par la sonde avec cette hypothèse, au bout d'un temps infiniment long.

Pour pouvoir réussir cette phase périlleuse, l'étage de descente (le skycrane) dispose d'un radar Doppler comportant six antennes dévoilées dès que le bouclier thermique est largué. Le radar peut alors déterminer avec précision la vitesse et l'altitude de la sonde.

La bande Ka (Kurz Above) du spectre électromagnétique est très utilisée dans le domaine des télécommunications spatiales ; on considère une fréquence moyenne de 30 GHz.

Q13. Calculer la longueur d'onde dans le vide, notée λ_0 , associée à cette fréquence.

Lorsque la sonde se trouve à une altitude H, celle-ci peut être déterminée avec précision grâce à la durée mise par l'onde pour effectuer un aller-retour entre l'antenne d'émission et le sol.

Q14. Exprimer l'altitude H de la sonde en fonction de la durée mise par l'onde pour effectuer cet aller-retour.

Q15. À partir de l'infographie du CNES (**document 1**), estimer le temps Δt écoulé entre l'émission de l'onde par le radar de la sonde et sa réception après réflexion sur le sol martien, au moment de la séparation du bouclier thermique.

L'exploration martienne - la communication

I.2 - La communication

Les rovers peuvent communiquer directement avec la Terre via deux antennes à 8 GHz mais aussi avec les sondes orbitales, appelées orbiters et situées à 400 km en orbite autour de Mars. Ces sondes orbitales transmettent les données reçues à la Terre lorsque celle-ci est dans le champ de leur antenne. Ainsi, les rovers économisent de l'énergie.

Bien que la technologie ait évolué considérablement dans ce domaine, historiquement, l'émission et la réception d'ondes ont été possibles grâce à l'association de simples dipôles passifs.

Avant transmission des signaux, il est nécessaire d'étudier l'alimentation de l'antenne émettrice. Même si les circuits utilisés dans la réalité sont plus élaborés, historiquement, on a pu obtenir un courant oscillant grâce à un circuit comprenant une bobine et un condensateur. La tension aux bornes de ce dernier pourra alimenter une antenne émettrice. C'est dans ce contexte que nous étudierons ces dipôles.

On considère ici un circuit RLC schématisé en **figure 1**. Le condensateur est initialement déchargé et le circuit est alimenté par une source de tension continue notée E .

On considérera les valeurs suivantes : $R = 2,0 \text{ k}\Omega$, $C = 10 \text{ nF}$ et $L = 40 \text{ mH}$.

À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

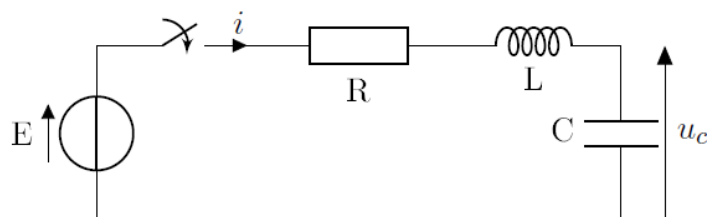


Figure 1 - Circuit RLC alimenté par une tension continue

- Q16.** Déterminer la tension aux bornes du condensateur $u_c(0^+)$ et l'intensité dans le circuit $i(0^+)$ juste après la fermeture de l'interrupteur. Justifier.
- Q17.** Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur $u_c(t)$.
- Q18.** En écrivant cette équation sous la forme canonique : $\frac{d^2u_c}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_c}{dt} + \omega_0^2 u_c = \omega_0^2 E$, en déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q .
- Q19.** Déterminer la valeur de la fréquence propre f_0 . Faire l'application numérique à un chiffre significatif (faire l'approximation $\pi \approx 3$).
- Q20.** Déterminer la valeur du facteur de qualité Q . Préciser le régime d'oscillation associé à cette valeur.

On remplace la source de tension continue par une source de tension sinusoïdale $e(t) = E \cos(\omega t)$ où ω désigne la pulsation.

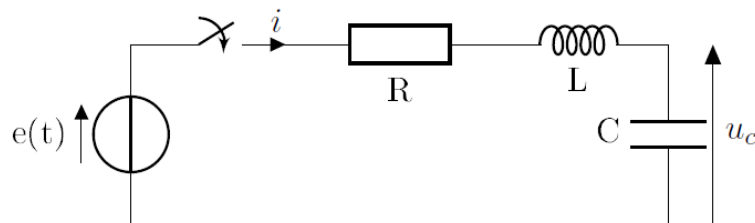


Figure 2 - Circuit RLC alimenté par une tension variable

- Q21.** Sachant que l'impédance équivalente à une association en série des dipôles R et L est donnée par : $\underline{Z} = R + jL\omega$, déterminer l'expression de l'impédance équivalente \underline{Z}_{eq} à l'association en série des trois dipôles R, L et C.
- Q22.** Sachant que l'intensité dans le circuit s'écrit $i(t) = I \cos(\omega t + \varphi)$ où φ désigne la phase à l'origine, donner l'écriture complexe de la tension aux bornes du générateur $\underline{e}(t)$ et de l'intensité dans le circuit $\underline{i}(t)$.
- Q23.** Déterminer, grâce aux questions précédentes, l'expression de l'amplitude de l'intensité I en fonction de E , R , L , C et de ω .
- Q24.** En déduire l'expression de la fréquence d'oscillation pour laquelle l'amplitude de l'intensité I qui alimente l'antenne sera maximale. Donner alors l'expression de cette intensité maximale I_{max} en fonction de E et de R .

Dans les questions suivantes, nous allons étudier la transmission d'information directe entre le rover sur Mars et la Terre.

- Q25.** Mars s'éloigne de la Terre à la distance maximale d'environ 300 millions de km. Estimer la durée τ nécessaire à un signal radio pour parcourir cette distance. Conclure.

Nous pouvons nous demander pourquoi ne pas avoir installé de caméra HD sur le rover. Une image 4K de taille 4 096 x 2 160 pixels (que l'on pourra approximer à 4 000 x 2 000 pixels) est codée sur 32 bits par pixel et le débit moyen utilisé pour la transmission est de $0,25 \text{ Moctet} \cdot \text{s}^{-1}$.

- Q26.** Calculer le poids d'une image 4K en Mo (on prendra $1 \text{ Mo} = 10^6$ octets).

Q27. Calculer la durée nécessaire pour obtenir une vidéo de 1 seconde avec une cadence de 24 images par seconde envoyée depuis Mars vers la Terre. Commenter.

Observation du Fort Boyard

Situé au large de la Charente-Maritime, le Fort Boyard est édifié sous l'impulsion de Napoléon afin de protéger la rade, l'embouchure de la Charente, le port et surtout le grand arsenal de Rochefort des assauts de la marine anglaise. Construit entre 1804 et 1857, il est transformé en prison quelques années à peine après son achèvement. Cet imposant vaisseau de pierre est dorénavant connu dans le monde entier grâce au jeu télévisé du même nom, tourné depuis 1990, dans lequel une équipe généralement constituée de six candidats réalise diverses épreuves physiques et intellectuelles afin de gagner un trésor en boyards. Ce sujet s'intéresse à certains aspects du jeu.

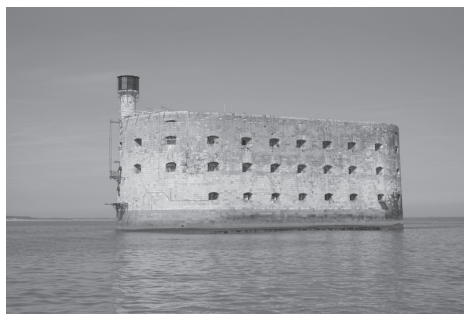


Figure 1 – Fort Boyard

Partie I – Observation du Fort

Avant de se lancer à l'assaut du Fort, les candidats l'observent depuis l'Île d'Aix à l'aide de jumelles, sommairement modélisées par une paire de lunettes de Galilée. Chaque lunette comprend deux lentilles, l'une plan convexe, l'autre plan concave.

- Q1.** Rappeler les lois de Snell-Descartes relatives à la réfraction, au moyen d'un schéma faisant apparaître les grandeurs utiles.
- Q2.** La figure 2 représente les lentilles plan convexe et plan concave, taillées dans un verre d'indice optique $n > 1$ et plongées dans l'air d'indice optique $n_{\text{air}} = 1$. Recopier la figure et tracer qualitativement le suivi des rayons au travers du dioptre air/verre, puis du dioptre verre/air. Bien qu'aucun calcul ne soit attendu, détailler la démarche adoptée en utilisant la réponse à la question Q1.

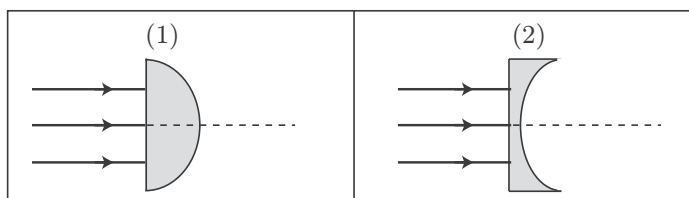


Figure 2 – Lentilles plan convexe (1) et plan concave (2)

- Q3.** En déduire la nature, convergente ou divergente, de chaque lentille.

Dans la suite, les lentilles sont supposées minces et utilisées dans les conditions de Gauss. Chaque lunette de Galilée est composée d'une lentille (L_1) de distance focale $f'_1 > 0$ constituant l'objectif de la lunette, et d'une lentille (L_2) de distance focale $f'_2 < 0$, telle que $|f'_2| < f'_1$, constituant l'oculaire (voir figure 3). On note respectivement O_1 , F_1 et F'_1 le centre optique, le foyer principal objet et le foyer principal image de l'objectif. De même, on note respectivement O_2 , F_2 et F'_2 le centre optique, le foyer principal objet et le foyer principal image de l'oculaire.

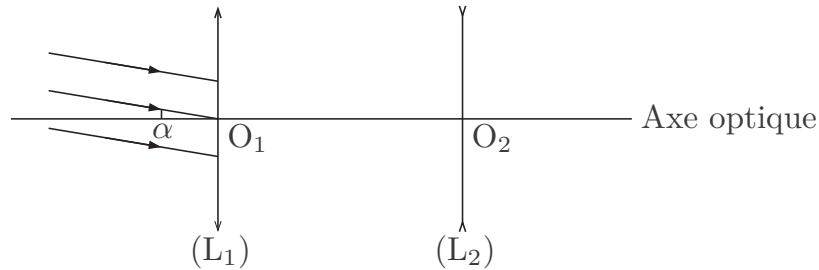


Figure 3 – Schéma optique de la lunette de Galilée

La lunette est réglée de façon à donner une image à l'infini d'un objet à l'infini, ce qui permet à l'observateur d'éviter toute fatigue. Dans ces conditions, la lunette est dite afocale.

- Q4.** Préciser et justifier la position relative des foyers des lentilles. En déduire l'encombrement $\ell = O_1O_2$ en fonction de f'_1 et de $|f'_2|$.
- Q5.** Recopier le schéma de la figure 3 et poursuivre le tracé des rayons incidents parallèles faisant un angle α avec l'axe optique et émergeant sous un angle α' avec l'axe optique.
- Q6.** L'image du Fort à travers les jumelles apparaît-elle droite ou renversée par rapport au Fort observé à l'œil nu ? Justifier.
- Q7.** En se plaçant dans les conditions de Gauss, les angles α et α' sont petits ; déterminer l'expression du grossissement de la lunette $G = \alpha'/\alpha$ en fonction de f'_1 et de $|f'_2|$.
- Q8.** Compte tenu des valeurs de grossissement et d'encombrement précisées en fin de partie, calculer la valeur des distances focales f'_1 et f'_2 .

On observe le Fort, de hauteur h , depuis l'Île d'Aix située à une distance d .

- Q9.** Sous quel angle le Fort est-il observé à l'œil nu ? Sous quel angle est-il observé à travers les jumelles ? Vérifier la validité des conditions de Gauss.

Données pour la partie I

Hauteur du Fort Boyard : $h = 20$ m
 Distance Île d'Aix-Fort Boyard : $d = 3,0$ km
 Caractéristiques de la lunette de Galilée :
 - grossissement : $G = 20$
 - encombrement : $\ell = 25$ cm

Mesure du temps : la clepsydre



Figure 4 – Clepsydre

Les candidats réalisent des épreuves en durée limitée, mesurée à l'aide d'une clepsydre. Utilisée depuis l'Antiquité, la clepsydre est une horloge reposant sur la vidange d'un récipient contenant de l'eau colorée qui s'écoule à travers un petit orifice sous l'effet de la gravité.

On considère tout d'abord un écoulement d'eau dans un récipient cylindrique, percé d'un orifice en $z = 0$ et placé dans l'air atmosphérique à pression P_0 (voir figure 5, à gauche). On note S la section du cylindre, $s \ll S$ la section de l'orifice, $h(t)$ la hauteur d'eau dans le récipient à l'instant t , ρ la masse volumique de l'eau, \vec{g} l'accélération de la pesanteur, $V(t)$ la vitesse de l'interface eau/air dans le cylindre et $v(t)$ la vitesse de l'eau s'écoulant à travers l'orifice.

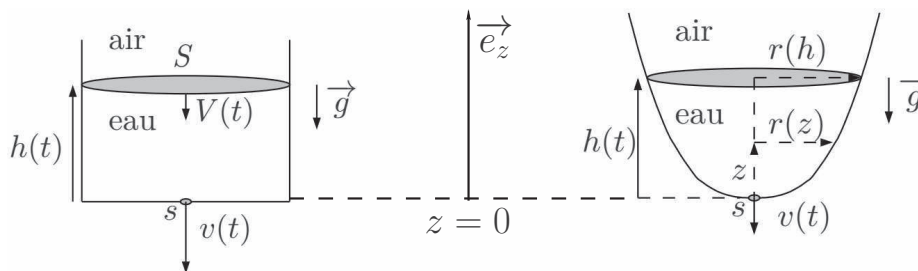


Figure 5 – À gauche : vidange d'un récipient cylindrique. À droite : schéma de la clepsydre

- Q10.** Rappeler la relation de Bernoulli ainsi que ses conditions d'application. On suppose ces conditions remplies dans la suite.
- Q11.** En exploitant l'hypothèse $s \ll S$, établir l'expression de $v(t)$ en fonction de g et de $h(t)$.
- Q12.** L'écoulement étant supposé incompressible, en déduire l'expression de $V(t)$ en fonction de S , s , g et de $h(t)$. Préciser **qualitativement** le sens d'évolution de $V(t)$ lors de la vidange.

On attend d'une horloge à eau que le niveau d'eau baisse à vitesse constante dans le récipient, malgré la diminution du débit dans le temps. On souhaite adapter la forme du récipient afin de satisfaire cette condition (voir figure 5, à droite). Le profil de la clepsydre, à symétrie de révolution, s'écrit :

$$\forall z > 0, \quad r(z) = K z^{1/n} \quad \text{avec} \quad K > 0 \quad \text{et} \quad n \in \mathbb{N}^*. \quad (1)$$

Q13. En supposant que l'expression de $v(t)$ obtenue à la **question Q11** reste valable, montrer que l'évolution de $h(t)$ est régie par l'équation différentielle :

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{s\sqrt{2g}}{\pi K^2} \frac{\sqrt{h}}{h^{2/n}}. \quad (2)$$

Q14. Sans chercher à résoudre cette équation différentielle, déterminer la valeur de l'entier n en imposant que dh/dt ne dépende pas du temps. En déduire l'unité de K .

Q15. Trouver la valeur de K permettant d'assurer une vitesse constante $|dh/dt| = 1,0 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$.

Données pour la partie II
Accélération de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ Section de l'orifice : $s = 1,0 \text{ cm}^2$